

اگر  $f$  تابعی باشد که قلمروش متغیر باشد ، نماد  $f(x)$  مقدار خاصی از  $y$  را که متناظر با مقدار  $x$  است نمایش میدهد .

$$\text{نمونه 1 : داریم } f(x) = \{(x, y); \sqrt{5-x}\}$$

بنابراین  $f(x) = \sqrt{5-x}$  چون برای  $x = 3$  داریم  $\sqrt{5-x} = 2$  پس میتوانیم بنویسیم  $f(3) = 2$  به طریق مشابه  $f(0) = \sqrt{5}$  و غیره ... .

وقتی يك تابع را تعريف ميکنيم ، بايد قلمرو آنرا بطور صريح و يا ضمنی مشخص کنیم مثلا اگر تابع  $f$  بصورت زیر تعريف شود

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 2$$

معلوم است که  $x$  هر عدد حقیقی می تواند باشد ولی اگر تابع  $f(x)$  را بصورت زیر تعريف کرده باشیم  $1 < x < 10$  ، آنگاه قلمرو تابع  $f(x)$  بازه  $[1,10]$  است به طریق مشابه اگر تابع  $g(x)$  به وسیله معادله زیر تعريف شود :

$$g(x) = \frac{5x-2}{(x+4)}$$

معلوم است که  $x \neq -4$  این خارج قسمت برای  $x = -4$  معین نیست بنابراین قلمرو تابع  $g(x)$  مجموعه تمام اعداد حقیقی بجز  $-4$  است . اگر  $h(x) = \sqrt{9-x^2}$  معلوم است که  $x$  باید در بازه بسته  $[-3,3]$  باشد زیرا  $\sqrt{9-x^2}$  برای  $|x| \geq 3$  معین نیست ( یعنی ، يك عدد حقیقی نیست ) بنابراین دامنه و برد تابع  $h$  به قرار زیر است :

$$D_f = [-3,3]$$

$$R_f = [0,3]$$

مثال - 1 : فرض کنید  $f(x) = x^2 + 3x - 4$  مطلوب است :

1.  $f(0)$
2.  $f(2)$
3.  $f(2h)$
4.  $f(2x)$
5.  $f(h)$
6.  $f(x+h)$

حل:

$$1. f(0) = 0^2 + 3 \times 0 - 4 = -4$$

$$2. f(2) = 2^2 + 3 \times 2 - 4 = 6$$

$$3. f(2h) = (2h)^2 + 3 \times 2h - 4 = 4h^2 + 6h - 4$$

$$4. f(2x) = (2x)^2 + 3 \times 2x - 4 = 4x^2 + 6x - 4$$

$$5. f(h) = h^2 + 3h - 4$$

$$6. f(x+h) = (x+h)^2 + 3(x+h) - 4 = x^2 + h^2 + 2xh + 3x + 3h - 4$$

مثال - 2 : فرض کنید  $g(x) = \sqrt{3x-1}$  مطلوب است  $\frac{[g(x+h) - g(h)]}{h}$  بطوریکه  $h \neq 0$ .

حل :

$$\begin{aligned} & \frac{[g(x+h) - g(h)]}{h} \\ &= \frac{[\sqrt{3(x+h)-1} - \sqrt{3x-1}]}{h} \\ &= \frac{[(\sqrt{3x+3h-1} - \sqrt{3x-1})(\sqrt{3x+3h-1} + \sqrt{3x-1})]}{h(\sqrt{3x+3h-1} + \sqrt{3x-1})} \\ &= \frac{[(3x+3h-1) - 3x+1]}{h(\sqrt{3x+3h-1} + \sqrt{3x-1})} \\ &= \frac{3}{(\sqrt{3x+3h-1} + \sqrt{3x-1})} \end{aligned}$$

در دومین مرحله از این راه حل ، صورت و مخرج را در مزدوج صورت ضرب کردیم تا کسر را گویا کنیم که با این عمل ، عامل مشترک  $h$  در صورت و مخرج پدید آمد . اکنون چند عامل روی توابع تعریف میکنیم . در این تعریفها ، به وسیله جمع ، تفریق ، ضرب و تقسیم توابع جدیدی از توابع مفروض پدید می آیند که به همین علت آنها را مجموع ، حاصلضرب ، خارج قسمت و تفاضل توابع می نامیم .

تعریف 1-2 : توابع و داده شده اند :

الف - مجموع آنها را با علامت  $f + g$  نمایش می دهیم و به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

ب - تفاضل آنها را با علامت  $f - g$  نمایش می دهیم و به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

ج - حاصلضرب آنها را با علامت  $f.g$  نمایش می دهیم و به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$(f.g)(x) = f(x).g(x)$$

الف - خارج قسمت آنها را با علامت  $f/g$  نمایش می دهیم و به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$(f/g)(x) = f(x)/g(x)$$

در هریک از موارد بالا قلمرو تابع حاصل ، متشکل از آن مقادیر است که در قلمرو توابع  $f, g$  مشترک هستند بجز در حالت (د) که باید مقادیری را که مخرج را برابر صفر قرار می دهد حذف کرد  $g(x) \neq 0$  .

مثال - 3 : فرض کنید  $f(x) = \sqrt{x+1}, g(x) = \sqrt{x-4}$  مطلوب است :

(الف) .  $(f + g)(x)$

(ب) .  $(f - g)(x)$

(ج) .  $(f.g)(x)$

(د) .  $(f/g)(x)$

همچنین در هریک از موارد فوق ، قلمرو وبرد تابع حاصل را معین کنید .

حل :

$$(f + g)(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-4}$$

$$(f - g)(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x-4}$$

$$(f.g)(x) = \sqrt{(x+1)(x-1)}$$

$$(f/g)(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-4}}$$

قلمرو  $f$  بازه  $(-1, +\infty)$  و قلمرو  $g$  بازه  $(4, +\infty)$  است بنابراین در قسمتهای (الف) ، (ب) و (ج) قلمرو توابع حاصل برابر  $[4, +\infty)$  است در قسمت (د) مخرج به ازای  $x = 4$  برابر صفر است بنابراین باید 4 را از قلمرو حذف کرد ، پس قلمرو  $f/g$  بازه  $(4, +\infty)$  است . برای نشان دادن حاصلضرب ضرب  $f$  در خودش یعنی  $f, f$  علامت  $f^2$  را بکار می بریم مثلا اگر تابع بصورت  $f(x) = 3x$  تعریف شده باشد ، انگاه تابع  $f^2$  به صورت زیر است :

$$f^2(x) = 3x \times 3x = 9x^2$$

علاوه بر اعمالی که بیان شد عمل دیگری بنام ترکیب دو تابع مفروض نیز وجود دارد .

تعریف 2 - 2 : اگر توابع  $f, g$  داده شده باشند تابع مرکب و با نماد  $fog$  و با ضابطه زیر تعریف می شود  $(fog)(x) = f(g(x))$  و قلمرو  $fog$  عبارت است از مجموع تمام  $x$  های واقع در قلمرو  $g$  ، بشرطی که  $g(x)$  در قلمرو  $f$  باشد .

مثال 4 : فرض کنید  $g(x) = 2x - 3$  ،  $f(x) = \sqrt{x}$  تابع  $fog(x)$  را بیابید و قلمرو آنرا بدست آورید

$$fog(x) = f(g(x)) = f(2x - 3) = \sqrt{2x - 3}$$

قلمرو  $g$  بازه  $(-\infty, +\infty)$  و قلمرو  $f$  بازه  $[0, +\infty)$  است بنابراین قلمرو متشکل از مجموعه ای از

اعداد حقیقی است که به ازای آنها  $2x - 3 \geq 0$  پس قلمرو  $[\frac{3}{2}, +\infty)$  است .

مثال - 5 : فرض کنید توابع  $f, g$  با ضابطه  $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = x^2 - 1$  تعریف شده باشند مطلوب

است توابع مرکب زیر

(الف)  $f \circ f(x)$

(ب)  $g \circ g(x)$

(ج)  $f \circ g(x)$

(د)  $g \circ f(x)$

در هر مورد قلمرو تابع مرکب را نیز بدست آورید :

حل قلمرو  $f$  بازه  $[0, +\infty)$  و قلمرو  $g$  بازه  $(-\infty, +\infty)$  است .

(الف)  $f \circ f(x) = f(f(x)) = \sqrt{\sqrt{x}} = x^{\frac{1}{4}}$

پس قلمرو  $f \circ f$  بازه  $[0, +\infty)$  است .

(ب)  $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x^2 - 1) = (x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1 - 1 = x^4 - 2x^2$

پس قلمرو  $g \circ g$  بازه  $(-\infty, +\infty)$  است .

(ج)  $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^2 - 1) = \sqrt{x^2 - 1}$

پس قلمرو  $f \circ g$  عبارت است از  $(-\infty, 1] \cup [1, +\infty)$  و یا مجموع تمام اعداد حقیقی بجز بازه  $(-1, 1)$  .

(ت)  $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 - 1 = x - 1$

پس قلمرو  $g \circ f$  بازه  $[0, +\infty)$  است . توجه کنید با وجود آنکه  $x - 1$  برای تمام مقادیر  $x$  معین است

ولی قلمرو  $g \circ f$  بنا به تعریف عبارت است از مجموعه همه  $x$  های از قلمرو  $f$  که به ازای آنها  $f(x)$

در قلمرو  $g$  است .

تعریف 3 - 2 :

(الف) . تابعی چون  $f$  را تابعی زوج گویند هر گاه به ازای هر  $x$  در قلمرو  $f$  داشته باشیم

$$f(-x) = f(x)$$

(ب) . تابعی چون  $f$  را تابعی فرد گویند هر گاه به ازای هر  $x$  در قلمرو  $f$  داشته باشیم

$$f(-x) = -f(x)$$

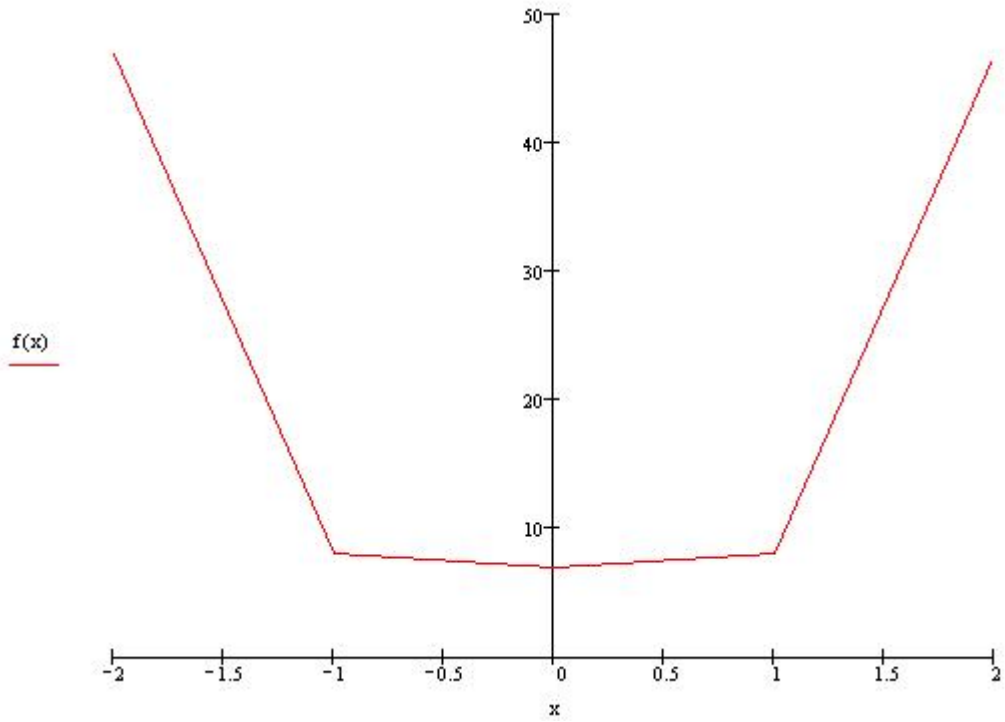
در هر دو مورد واضح است که برای هر  $x$  در قلمرو  $f$  ،  $-x$  نیز باید در قلمرو  $f$  باشد .

نمونه 2 :

( الف ) .

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 7$$

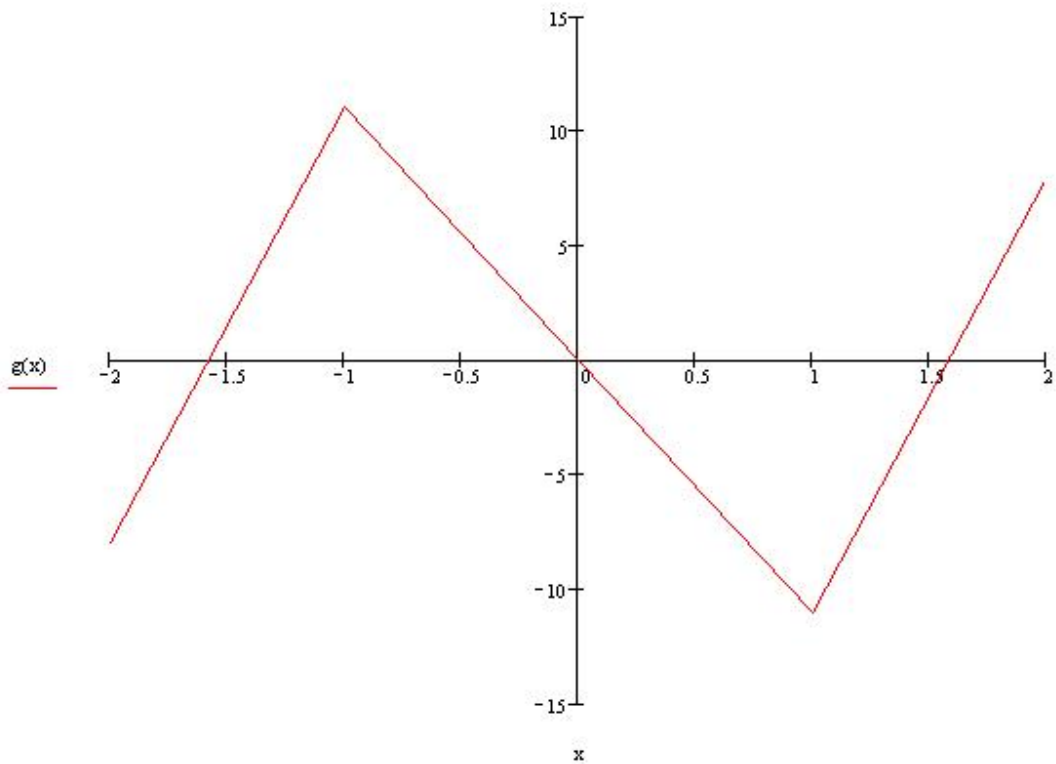
$$f(-x) = 3(-x)^4 - 2(-x)^2 + 7$$



بنابراین  $f$  تابعی زوج است .  
 . (ب)

$$g(x) = 2x^5 + 5x^3 - 8x$$

$$g(-x) = 2(-x)^5 + 5(-x)^3 - 8(-x) = -g(x)$$



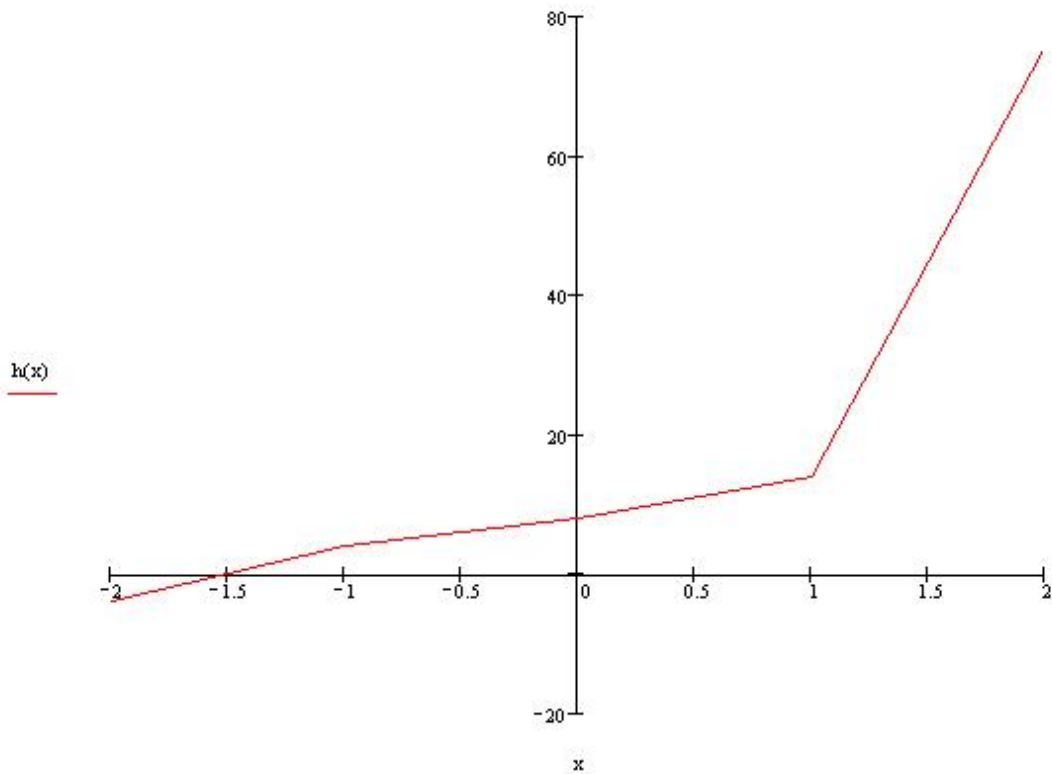
بنابراین  $g$  تابعی فرد است .

(ج) .

$$h(x) = 2x^4 + 5x^3 - x^2 + 8$$

$$h(-x) = 2(-x)^4 + 5(-x)^3 - (-x)^2 + 8$$

$$h(x) \neq h(-x)$$



بنابراین تابع  $h$  نه زوج است نه فرد .

از تعریف تابع زوج و قضیه فوق قسمت (الف) نتیجه می شود که نمودار تابع زوج ، نسبت به محور  $y$  متقارن است و از تعریف تابع فرد و قضیه فوق قسمت (ب) نتیجه می شود که نمودار تابع فرد نسبت به مبدا مختصات متقارن است .

اگر برد تابع فقط شامل يك عدد باشد ، انرا تابع ثابت می نامیم . بنابراین اگر  $f(x) = c$  و  $c$  يك عدد حقیقی دلخواه باشد ، آنگاه  $f(x)$  يك تابع ثابت است و نمودار آن خطی است مستقیم به موازات محور  $x$  ها و به فاصله جهت دار  $c$  از محور  $x$  ها . اگر تابع  $f$  بصورت زیر تعریف شود :

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

که در آن  $a_0$  يك عدد طبیعی و  $a_0, a_n, \dots, a_1, a_0$  اعداد حقیقی باشند ، آنگاه  $f(x)$  را يك تابع چند جمله ای از درجه  $n$  می نامیم . تابع  $f$  که بصورت زیر تعریف شده باشد

$$f(x) = 3x^5 + 7x - 1$$

يك تابع چند جمله ای از درجه 5 است .

اگر درجه يك تابع چند جمله اي 1 باشد ، آنرا يك تابع خطي مي نامند ، اگر درجه آن 2 باشد ، آنرا يك تابع درجه دوم ، و اگر از درجه 3 باشد آنرا يك تابع درجه سوم مي نامند . تابع خطي خاصي با تعريف  $f(x) = x$  تابع هماني نام دارد .

نمونه - 4 :

تابع  $f$  که بصورت  $f(x) = 3x + 4$  تعريف شده باشد ، يك تابع خطي است .

تابع  $g$  که بصورت  $g(x) = 5x^2 - 8x + 4$  تعريف شده باشد يك تابع درجه دوم است .

تابع  $h$  که بصورت  $h(x) = 8x^3 - x + 4$  تعريف شده باشد يك تابع درجه سوم است .

اگر تابعي بصورت خارج قسمت دو چند جمله اي قابل بيان باشد ، تابع گویا نامیده مي شود . تابع جبري تابعي است که بوسیله تعداد متناهي از اعمال جبري روي تابع همان و تابع ثابت به دست مي آید . این اعمال جبري شامل جمع ، تفریق ، ضرب ، تقسیم ، به توان رساندن و ریشه گرفتن هستند .

مثالي از توابع جبري

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{\sqrt{x+1}}$$

مثال - 6 : فرض کنید  $f(t) = \frac{(|3+t| - |t| - 3)}{t}$  باشد تابع  $f(t)$  را بدون علامت قدر مطلق بنویسید

برای  $t > 0$  کدامیک از موارد زیر بدست میاید :

الف : 0    ب :  $t$     ج :  $-t$     د : هیچکدام

حل : الف درست است چون  $t > 0$  پس  $|3+t| = 3+t$  ،  $|t| = t$  بنابراین  $f(t) = \frac{(3+t-t-3)}{t} = 0$

مثال 7 : اگر  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  و  $g(x) = \frac{1}{x}$  دامنه تعريف  $f/g$  کدام است :

الف :  $R - \{0\}$     ب :  $R - \{1\}$     ج :  $R - \{0,1\}$     د : هیچکدام

حل : ج درست است زیرا دامنه تابع  $f(x)$  ، مجموعه تمام اعداد حقيقي بجز عدد يك و دامنه  $g(x)$  مجموعه تمام اعداد حقيقي بجز عدد صفر مي باشد .

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{x+1}{x-1}}{\frac{1}{x}} = \frac{x(x+1)}{x-1}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = R - \{0,1\}$$

برای تعیین دامنه  $fog$  با توجه به تعريف اولاً باید  $x \subset D_{\frac{f}{g}}$  باشد يعني نباید صفر باشد . ثانياً باید

$$D_{fog} = R - \{0,1\} \text{ بنابراین } \frac{1}{x} \neq 1 \text{ عبارت ديگر } x \neq 1 \text{ باشد}$$

مثال 8 : اگر  $f(x) = \sqrt{x-2}$  و  $g(x) = \frac{1}{x}$  دامنه تعريف تابع  $fog$  کداميك از موارد زیر است :

الف :  $(0, \frac{1}{2}]$  ب :  $[0, \frac{1}{2}]$  ج :  $R$  د : هیچکدام

حل :

$$D_f = \{x \mid x - 2 \geq 0\} = [0, \infty)$$

$$D_g = \{x \mid x \neq 0\} = R - 0$$

$$fog(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = \sqrt{\frac{1}{x} - 2}$$

چون دامنه تابع  $g(x)$  مجموعه  $\{x \mid x \neq 0\}$  است پس دامنه  $fog$  مجموعه  $\{x \mid x \neq 0, g(x) \geq 2\}$  يعني باید

$$\frac{1}{x} \geq 2 \rightarrow \frac{1}{x-2} \geq 0 \rightarrow \frac{1-2x}{x} \geq 0$$

	$-\infty$	0	1/2	$+\infty$
x	-	0	+	+
1-2x	+	+	0	-
(1-2x)/x	-	+	-	-

لذا دامنه توابع  $fog$  عبارت است از  $(0, \frac{1}{2}]$  .

مثال 9 : اگر توابع  $f(x), g(x)$  به صورت زیر تعريف شده باشد فرمول  $fog(x)$  را پیدا کنید :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & 1 < x \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ \frac{x}{2} & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & 1 < x \end{cases}$$

حل :

$$fog(x) = f(g(x)) = f(1) = 2 \quad x < 0$$

$$fog(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x}{2}\right) = 2\left(\frac{x}{2}\right) = x \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$fog(x) = f(g(x)) = f(1) = 2 \quad 1 < x$$

بنابراین خواهیم داشت :

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & 1 < x \end{cases}$$

مثال 10 : براي توابع تعريف شده در مثال قبل ، فرمول  $f \circ g(x)$  و دامنه انرا تعيين كنيد .

حل :

(1)

$$g \circ f(x) = \begin{cases} g(0) & x < 0 \\ g(2x) & 0 \leq x \leq 1 \\ g(0) & 1 < x \end{cases}$$

(2)

$$g(0) = \frac{1}{2} \times 0 = 0$$

$$g(2x) = \begin{cases} 1 & 2x < 0 \\ \frac{1}{2}(2x) & 0 \leq 2x \leq 1 \\ 1 & 1 < 2x \end{cases}$$

يا

(3)

$$g(2x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & 1 < x \end{cases}$$

با جايگذاري (2) و (3) در (1) داريم

$$g \circ f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 1 & 1 < x \end{cases}$$

$$D_{g \circ f} = (-\infty, +\infty)$$

$$R_{g \circ f} = [0, \frac{1}{2}] \cup \{1\}$$

مثال 11 : براي هر کدام از توابع زير معين كنيد زوج است يا فرد و يا هيچكدام

$$\text{الف . } f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 1$$

$$f(x) = 5x^3 - 7 \quad \text{ب.}$$

$$f(x) = |x| \quad \text{ج.}$$

$$f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1} \quad \text{د.}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} \quad \text{ه.}$$

حل :

( الف )

$$f(-x) = 2(-x)^2 - 3(-x)^2 + 1 = 2x^2 - 3x^2 + 1$$

$$f(-x) = f(x)$$

بنابراین  $f$  زوج است

( ب )

$$f(-x) = 5(-x)^3 - 7(-x) = -(5x^3 - 7x)$$

$$f(-x) = -f(x)$$

بنابراین فرد است

( ج )

$$f(-x) = |-x| = |x| = x$$

$$f(-x) = f(x)$$

بنابراین زوج است

( د ) فرد است

$$f(-x) = \frac{(-x)^3 - (-x)}{(-x)^2 + 1} = \frac{-x^3 - x}{x^2 + 1}$$

$$f(-x) = -f(x)$$

( ه ) نه زوج است نه فرد

$$f(-x) = \frac{-x-1}{-x+1}$$

مثال 12 : تابعی را پیدا کنید که هم زوج باشد هم فرد

حل فرض کنید  $f$  تابع مورد نظر باشد ، چون  $f$  زوج است داریم

$$f(-x) = f(x) \quad (1)$$

از طرفی فرد است ، پس

$$f(-x) = -f(x) \quad (2)$$

با جایگذاری (2) در (1) داریم

$$f(x) = -f(x) \Rightarrow 2f(x) = 0, f(x) = 0$$

مثال 13 : اگر  $f$  و  $g$  دو تابع فرد باشند ثابت کنید  $f \times g$  و  $\frac{f}{g}$  توابعی زوج هستند :

$$(f \cdot g)(x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-f(x))(-g(x)) = f(x) \cdot g(x) = (f \cdot g)(x)$$

بنابراین  $f \times g$  زوج است و بهمین ترتیب

$$\left(\frac{f}{g}\right)(-x) = \frac{f(-x)}{g(-x)} = \frac{-f(x)}{-g(x)} = \frac{f(x)}{g(x)} = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$$

مثال 14 - در هر يك از موارد زیر ، درباره زوج یا فرد بودن تابع  $fog$  بحث کنید :

(الف) توابع  $f$  و  $g$  هردو زوج باشند .

(ب) توابع  $f$  و  $g$  هردو فرد باشند .

(ج) تابع  $f$  زوج و تابع  $g$  فرد باشد .

(د) تابع  $f$  فرد و تابع  $g$  زوج باشد .

حل :

(الف)

$$(fog)(-x) = f(g(-x)) = f(g(x)) = (fog)(x)$$

بنابراین  $fog$  زوج است

(ب)

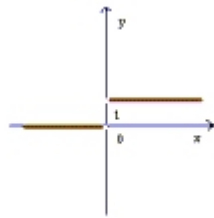
$$(fog)(-x) = f(g(-x)) = -f(g(x)) = -(fog)(x)$$

بنابراین  $fog$  فرد است .

حل قسمتهای ج و د مشابه است

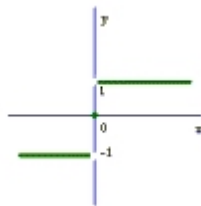
تعریف 4 - 2 : تابع پله ای واحد بصورت زیر تعریف می شود

$$U(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$



دامنه این تابع مجموعه اعداد حقیقی و برد آن مجموعه  $(0,1)$  است .

تابع علامت که بصورت  $\text{sgn}$  نمایش داده می شود دارای تعریف زیر است



$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

دامنه این تابع مجموعه اعداد حقیقی و برد آن  $\{-1,0,1\}$  است .

مثال 15 : اگر  $f(x) = x^2 + 2x + 2$  باشد ، تابعی برای  $g$  پیدا کنیم بطوری که داشته باشیم

$$(f \circ g)(x) = x^2 - 4x + 5$$

حل :

$$(f \circ g)(x) = [(g(x))]^2 + 2[g(x)] + 2$$

بنابراین

$$[g(x)]^2 + 2[g(x)] + 2 = x^2 - 4x + 5$$

$$[g(x)]^2 + 2[g(x)] + 1 = x^2 - 4x + 4$$

$$[g(x) + 1]^2 = (x - 2)^2$$

$$g[x] + 1 = x - 2 \Rightarrow g(x) = x - 3$$

$$g(x) + 1 = -(x - 2) \Rightarrow g(x) = 1 - x$$

مثال 16 : ثابت کنید که اگر توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  توابعی خطی باشند تابع  $(f \circ g)(x)$  یک تابع خطی است

حل : می دانیم که اگر تابعی چند جمله ای درجه یک باشد ، آنرا تابعی خطی می گویند پس فرض کنید

$$f(x) = ax + b$$

$$g(x) = cx + d$$

حال نشان می دهیم  $f \circ g$  یک تابع چند جمله ای درجه یک است

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(cx + d) = a(cx + d) + b = acx + ad + b = AX + b$$

تمرین :

1- اگر  $f(x) = 2x - 1$  مطلوب است

الف)  $f(3)$

ب)  $f(-2)$

ج)  $f(0)$

د)  $f(a+1)$

ه)  $f(x+1)$

و)  $f(2x)$

ز)  $\frac{f(x+h) - f(h)}{h}$

$h \neq 0$

فرض کنید تابع  $f(x)$  بصورت زیر تعریف شده باشد :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

الف)  $f(1)$

ب)  $f(-x)$

ج)  $f(x+1)$

د)  $f(x^2)$

ه)  $f(-x^2)$

3- اگر  $f(t) = \frac{|3+t| - |t| - 3}{t}$  فرمول  $f(t)$  را بدون علامت قدر مطلق بنویسید بشرطی که

الف)  $t > 0$

ب)  $-3 \leq t < 0$

ج)  $t < 0$

4- در تمرین زیر برای توابع  $f$  و  $g$  توابع زیر را تعریف کنید و قلمرو آنها را نیز بیابید :

$(f+g)(x), (f-g)(x), (f \cdot g)(x), (f/g)(x), (g/f)(x), (f \circ g)(x), (g \circ f)(x)$

1.  $f(x) = x - 5$  ,  $g(x) = x^2 - 1$

2.  $f(x) = x^2 - 1$  ,  $g(x) = \sqrt{x}$

$$3. f(x) = \frac{1}{x}, g(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$4. f(x) = |x-3|, g(x) = |x|$$

5 - در تمرینات زیر تعیین کنید کدامیک از توابع زیر زوج یا فرد می باشد

$$1. f(x) = x^2 - 3x + 1$$

$$2. f(s) = s^3 + 2s - 2$$

$$3. f(y) = \frac{y^3 - y}{y^2 - 1}$$

$$4. f(x) = |x|$$

$$5. f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

$$6. f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

$$7. f(x) = \sqrt[3]{x}$$